

## Стереометрический разбой.

1. В призме 111 ребер (37 боковых и по 37 в каждом основании). Существует ли пример такой призмы, параллельными переносами каждого ребра которой, можно получить замкнутую ломанную в пространстве?
2. На маленькой планете «Тетраидо», имеющей форму правильного тетраэдра с ребром 60 км, в (а) центре грани (б) середине ребра находится тюрьма. 8 часов назад из нее сбежал заключенный,двигающийся со скоростью 5 км/ч. Какую наименьшую площадь поверхности планеты нужно взять в оцепление полиции, чтобы заключенный оказался внутри оцепления?
3. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с рёбрами  $AB = 3$ ,  $AD = 4$  и  $AA_1 = 5$  проведены два сечения — плоскостью, проходящей через диагональ  $A_1 C$ , и плоскостью, проходящей через диагональ  $B_1 D$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы площадей поверхностей многогранников, на которые эти сечения разбивают данный параллелепипед.
4. К граням тетраэдра восстановлены перпендикуляры в их центрах тяжести (точках пересечения медиан). Докажите, что проекции трех перпендикуляров на четвертую грань пересекаются в одной точке.
5. Через фиксированную точку  $P$  внутри данной сферы проводятся три попарно перпендикулярных луча, пересекающие сферу в точках  $A, B, C$ . Найдите геометрическое место проекций точки  $P$  на плоскость  $ABC$ .
6. В пространстве даны две пересекающиеся сферы разных радиусов и точка  $A$ , принадлежащая обеим сферам. Докажите, что в пространстве существует точка  $B$ , обладающая свойством: если через точки  $A$  и  $B$  провести произвольную окружность, то точки ее повторного пересечения со сферами будут равноудалены от  $B$ .
7. Даны 4 конуса с общей вершиной и образующими равной длины, но, возможно, с разными радиусами оснований. Каждый из них касается двух других. Докажите, что 4 точки касания окружностей оснований конусов лежат на одной окружности.