И еще один разнобой по комбинаторике.

1. Фокусник выкладывает в ряд колоду из 52 карт и объявляет, что 51 из них будут выкинуты со стола, а останется тройка треф. Зритель на каждом шаге говорит, какую по счёту с края карту надо выкинуть, а фокусник выбирает, с левого или с правого края считать, и выкидывает соответствующую карту. При каких начальных положениях тройки треф можно гарантировать успех фокуса?

2. Тренер выстроил в ряд 200 волейболистов и раздал им m мячей (каждый волейболист мог получить сколько угодно мячей). Время от времени один из волейболистов кидает мяч другому (а тот ловит). Через некоторое время оказалось, что из любых двух волейболистов левый кидал правому мяч ровно два раза, а правый левому ровно один раз. При каком наименьшем m это возможно?

3. Петя расставляет 500 королей на клетках доски 100×50 так, чтобы они не били друг друга. А Вася — 500 королей на белых клетках (в шахматной раскраске) доски 100×100 так, чтобы они не били друг друга. У кого больше способов это сделать?

4. Петя и Вася играют в следующую игру. Петя раскладывает по периметру круглого стола 100 карточек с целыми числами $x_1, \ldots, x_{100}$, сумма которых равна 1. Вася с закрытыми глазами подходит к столу напротив случайно выбранной карточки x_j. После этого Петя вычисляет всевозможные суммы чисел на карточках по часовой стрелке, начиная с выбранной карточки: $S_1 = x_j, S_2 = x_j + x_{j+1}, S_3 = x_j + x_{j+1} + x_{j+2}$ и так далее (индексы берутся по модулю 100). Вася побеждает в игре, если все числа $S_1, \ldots, S_{100}$ положительны. Найдите вероятность победы Васи.

5. Паша и Вова играют в игру, по очереди зачеркивая клетки доски 3×101. Исходно на доске зачеркнута только центральная клетка. За один ход игрок должен выбрать диагональ (в диагонали может быть 1, 2 или 3 клетки) и зачеркнуть в ней все еще не зачеркнутые клетки. Каждым ходом должна быть зачеркнута хотя бы одна новая клетка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Начинает Паша. Кто из игроков может выиграть вне зависимости от ходов противника?

6. Пусть n — положительное целое число. Алиса рисует на доске треугольник площади 1. Затем она выполняет подряд n ходов, каждый раз добавляя новые треугольники. На каждом ходе она выбирает уже нарисованный треугольник Δ, внутри которого нет отмеченных точек, отмечает точку P внутри него и проводит отрезки, соединяющие P с каждой вершиной Δ, тем самым разбивая его на три меньших треугольника.

После выполнения этих n ходов Боб выбирает три различных нарисованных треугольника Δ_1, Δ_2 и Δ_3, внутри которых нет отмеченных точек, причём Δ_2 имеет одну общую сторону с Δ_1 и другую общую сторону с Δ_3.

В зависимости от n определите наибольшую возможную константу c такую, что Боб может гарантировать, что сумма площадей треугольников Δ_1, Δ_2 и Δ_3 не меньше c, независимо от выбора Алисы.