

Комба

1. Любые два из 2025 городов страны соединены дорогой с односторонним движением. Докажите, что можно поменять направление движения на одной дороге так, чтобы от любого города можно было доехать до любого другого.
2. В клетках шахматной доски написаны различные числа. На неё поставили 8 ладей, не бьющих друг друга, так, что сумма чисел, на которых стоят ладьи, максимальна. Докажите, что найдётся ладья, которая стоит на максимальном числе в своём столбце.
3. У Карлсона есть 100 банок с вареньем. Банки не обязательно одинаковые, но в каждой не больше, чем третья часть всего варенья. На завтрак Карлсон может съесть поровну варенья из любых трёх банок. Докажите, что Карлсон может действовать так, чтобы за некоторое количество завтраков съесть все варенье.
4. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной коробке лежит приз и ведущий знает, где он находится. Зритель может послать ведущему пачку записок с вопросами, требующими ответа "да" или "нет". Ведущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечает на все. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где находится приз?
5. Дано 2^n всевозможных n -мерных векторов, состоящих из 1 и -1 . Некоторые числа в векторах заменили нулями. Докажите, что можно выбрать несколько получившихся векторов, сумма которых будет равна нулевому вектору.
6. В нескольких мешках лежит ровно $\frac{n(n+1)}{2}$ монет. За один ход мы берём по одной монете из мешка, заводим новый мешок и кладём туда взятые монеты. Пустые мешки выкидываем. Докажите, что через некоторое время распределение монет по мешкам стабилизируется.