

## Глупая китайская нотация

**Идея.** Пусть дано однородное полиномиальное неравенство  $P(a, b, c) \geq 0$ . Запишем коэффициенты полинома  $P$  в правильный треугольник с длиной стороны  $\deg P + 1$  так, что коэффициент при мономе  $a^x b^y c^z$  расположен в точке с **барицентрическими координатами**  $(x : y : z)$ . Например, для полинома степени 3 треугольник будет иметь вид

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & [a^3] & & \\
 & & & [a^2b] & & [a^2c] & \\
 & & [ab^2] & & [abc] & & [ac^2] \\
 [b^3] & & [b^2c] & & [bc^2] & & [c^3]
 \end{array}$$

Здесь квадратными скобками обозначается коэффициент при соответствующем мономе.

**Неравенство Шура.** Для неотрицательных  $a, b, c$  и вещественного  $n$  выполнено неравенство

$$a^n(a-b)(a-c) + b^n(b-c)(b-a) + c^n(c-a)(c-b) \geq 0$$

1. Определите какие неравенства иллюстрируются данными треугольниками (и докажите их, если это необходимо):

$$\begin{array}{cc}
 \text{(а)} & \begin{array}{cccc} & & 1 & \\ & -2 & & 0 \\ 1 & & 0 & 0 \end{array} \geq 0 & \text{(б)} & \begin{array}{cccc} & & 0 & \\ & & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{array} \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 \text{(в)} & \begin{array}{cccc} & & 1 & \\ & -1 & & -1 \\ 1 & & -1 & 1 \end{array} \geq 0 & \text{(г)} & \begin{array}{cccc} & & & 1 \\ & & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 3 & -1 \end{array} \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \text{(д)} & \begin{array}{ccccccc} & & & & 0 & & \\ & & & & 0 & 0 & \\ & & & 0 & 0 & 0 & \\ & & 1 & -1 & -1 & 1 & \\ & & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \geq 0
 \end{array}$$

