Тренировочная олимпиада, 4 задачи

1. На плоскости отмечены k различных точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Каждая отмеченная точка покрашена в один из двух цветов: красный или синий. Треугольник с вершинами в отмеченных точках называется *одноцветным*, если все его вершины покрашены в один и тот же цвет. При каком наименьшем натуральном k гарантированно удастся выделить два непересекающихся одноцветных треугольника? (Треугольник полностью содержит свою границу и внутренность.)

2. Натуральные числа числа m, n, r таковы, что $n > m$ и оба числа $m^2 + r$ и $n^2 + r$ — это степени двойки. Докажите, что $n > 3m^2/r$.

3. В остроугольном треугольнике ABC ($AB < AC$) отмечена середина M стороны BC. На сторонах AB, AC выбраны точки X и Y соответственно так, что $\angle AXM = \angle AYM$; при этом $BX > AX$ и $CY > AY$. Серединные перпендикуляры к отрезкам BC и XY пересекаются в точке S. Докажите: что $\angle YAX = \angle XSY + \angle XMY$.

4. На свадьбе собрались 90 гостей, каждый из которых знаком с не менее чем 30 другими гостями. Докажите, что всех гостей можно рассадить за 3 стола по 30 человек так, чтобы каждый гость был знаком хотя бы с одним другим гостей, сидящим за его столом.