

## Добавка

1. Дан многочлен  $P(x) = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x$ . За одно действие разрешается прибавить к многочлену его производную, умноженную на некоторое вещественное число. Может ли многочлен спустя несколько действий стать равным  $x^4 - 1$ ?
2. *Великая теорема Ферма для многочленов.* Многочлены  $P(x), Q(x), R(x)$  с комплексными коэффициентами попарно взаимно просты, а также  $\deg(P) + \deg(Q) + \deg(R) > 0$ . Докажите, что если для некоторого натурального числа  $n$  выполнено  $P(x)^n + Q(x)^n = R(x)^n$ , то  $n < 3$ .
3. Дана положительнозначная функция  $f(x)$ , определенная на интервале  $(0, +\infty)$ . Известно, что для любого  $x > 0$  найдется  $y > 0$ , такое что  $xf(y) + yf(x) \leq 2$   
(а) Докажите, что  $f(x)$  строго выпуклая.  
(б\*) Докажите, что  $f(x) = 1/x$ .