

Добавка

1. Дан многочлен $P(x) = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x$. За одно действие разрешается прибавить к многочлену его производную, умноженную на некоторое вещественное число. Может ли многочлен спустя несколько действий стать равным $x^4 - 1$?
2. *Великая теорема Ферма для многочленов.* Многочлены $P(x), Q(x), R(x)$ с комплексными коэффициентами попарно взаимно просты, а также $\deg(P) + \deg(Q) + \deg(R) > 0$. Докажите, что если для некоторого натурального числа n выполнено $P(x)^n + Q(x)^n = R(x)^n$, то $n < 3$.
3. Дана положительнозначная функция $f(x)$, определенная на интервале $(0, +\infty)$. Известно, что для любого $x > 0$ найдется $y > 0$, такое что $xf(y) + yf(x) \leq 2$
(а) Докажите, что $f(x)$ строго выпуклая.
(б*) Докажите, что $f(x) = 1/x$.