Делим еду

1. Михаил принёс на кружок пачку чипсов и теперь хочет поделить её со своим $N-1$ другом. Каждое подмножество чипсов каждый школьник оценивает в определённое число грамм (у разных школьников эта оценка может быть разной). Оценка всегда неотрицательна, и если часть чипсов разбита на две непересекающиеся части A_1 и A_2, то оценка части A равна сумме оценок частей A_1 и A_2. Чипсы считаются бесконечно делимыми. Каждый школьник хочет получить не менее $1/N$ пачки на свой взгляд. Придумайте алгоритм дележа для **(а)** $N = 2$; **(б)** $N = 3$; **(в)** произвольного N.

2. В условиях первой задачи изначально у школьников есть договорённость, какая доля чипсов достанется каждому, сумма долей равна 1. Каждый школьник хочет получить не меньше этой доли на свой взгляд. Как им в этом случае поделить чипсы для
(а) $N = 2$ и доля первого рациональна; **(б)** $N = 2$; **(в)** произвольного N?

3. Другой Михаил принёс на кружок 50 печенек. Он и четыре его друга разного возраста решили поделить их следующим образом.

1. Самый старший из них предлагает вариант дележа.
2. Все (включая самого старшего) голосуют.
3. Если за этот вариант дележа проголосует строго больше половины школьников, то на этом делёж заканчивается.
4. В противном случае самого старшего изгоняют заниматься экономикой и делёж начинается снова с пункта 1.

Каждый школьник в первую очередь хочет остаться на кружке, на втором месте в списке его приоритетов — получить как можно больше печенек, а на третьем — чтобы побольше друзей стало экономистами (чтобы было проще отобраться на летние сборы). Каков будет результат дележа? Школьники очень умные.

4. На зачёт в конце года пришло 33 школьника, а Алексей Вадимович принёс 240 шоколадок. Алексей Вадимович может разделить школьников на группы произвольной численности (или записать всех в одну группу), а затем поровну распределить шоколадки между группами (соответственно, он не может разбить их, например, на 7 групп). Каждая группа делит свои шоколадки поровну, а остаток отдаёт Алексею Вадимовичу. Какое наибольшее количество шоколадок может достаться преподавателям?

5. В условиях первой задачи пусть школьники *завистливые* — каждый хочет, чтобы по его оценке он получил бы долю не меньше, чем любой другой. Придумайте алгоритм дележа для
(а) $N = 3$; **(б)** произвольного N.