

Соответствующие элементы подобных треугольников

1. Точки M и N — середины сторон AB и AC треугольника ABC соответственно. Касательная ℓ к (ABC) в точке A пересекает прямую BC в точке K . Докажите, что (MKN) касается ℓ .
2. Прямая, проходящая через центр I вписанной окружности треугольника ABC , перпендикулярна AI и пересекает стороны AB и AC в точках C' и B' соответственно. В треугольниках $BC'I$ и $CB'I$ провели высоты $C'C_1$ и $B'B_1$ соответственно. Докажите, что середина отрезка B_1C_1 лежит на прямой, проходящей через точку I и перпендикулярной BC .
3. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$. Продолжения его противоположных сторон пересекаются в точках P и Q . Пусть K и N — середины диагоналей. Докажите, что сумма углов PKQ и PNQ равна 180° .
4. На стороне AB прямоугольной трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AB \perp AD$) выбрана такая точка E , что $\angle ADE = \angle BCE$. Точка F на отрезке DE такова, что $BF \parallel CD$. Докажите, что F лежит на средней линии трапеции.
5. На квадратном столе лежит квадратная скатерть так, что ни один угол стола не закрыт, но с каждой стороны стола свисает треугольный кусок скатерти. Известно, что какие-то два соседних куска равны. Докажите, что и два других куска тоже равны. (Скатерть нигде не накладывается сама на себя, её размеры могут отличаться от размеров стола.)
6. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC лучи AB и DC пересекаются в точке K . Точки P и Q — центры описанных окружностей треугольников ABD и BCD . Докажите, что $\angle PKA = \angle QKD$.
7. Дан треугольник ABC . Прямая, соединяющая основания высот из вершин A и B , пересекает среднюю линию, параллельную AC , в точке X . Докажите, что AH — симедиана треугольника ABC .
8. Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает (ABC) в точке L . Точка M — середина стороны BC . На дуге BAC окружности (ABC) выбрана точка E так, что $EM \parallel AL$. Прямые AB и AC пересекают прямую EL в точках P и Q соответственно. Докажите, что $PE = EQ$.
9. Точка E — середина отрезка, соединяющего ортоцентр неравностороннего остроугольного треугольника ABC с его вершиной A . Вписанная окружность этого треугольника касается сторон AB и AC в точках C' и B' соответственно. Докажите, что точка F , симметричная точке E относительно прямой $B'C'$, лежит на прямой, проходящей через центры вписанной и описанной окружностей треугольника ABC .