

## Композиция гомотетий или признаки описанности?

1. Докажите, что отрезки, отмеченные одной чёрточкой равны тогда и только тогда, когда равны отрезки, отмеченные двумя чёрточками.

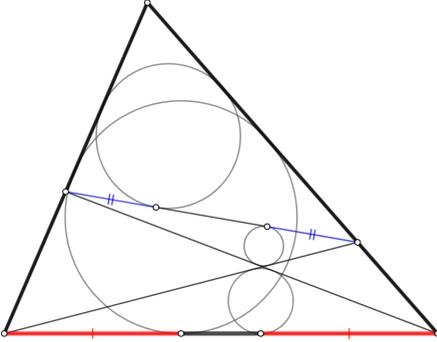


Рис. 1: к задаче 1

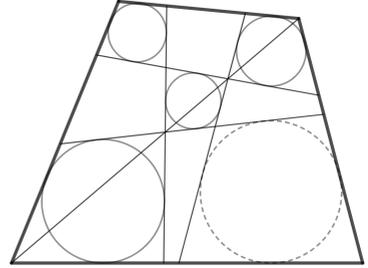


Рис. 2: к задаче 3

2. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  выполнено равенство  $AB + AD = CB + CD$ . В треугольники  $ABC$  и  $CDA$  вписаны окружности с центрами  $I_1$  и  $I_2$ . Докажите, что прямая  $I_1I_2$  проходит через точку пересечения диагоналей  $ABCD$ .
3. Четыре четырёхугольника на рисунке 2 описанные. Докажите, что пятый тоже описанный.
4. Дан выпуклый четырёхугольник  $ABCD$  в котором  $AB \neq BC$ . В треугольники  $ABC$  и  $ADC$  вписаны окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Оказалось, что существует окружность  $\Omega$ , которая касается продолжений отрезков  $BA$  и  $BC$  за точки  $A$  и  $C$ , а так же прямых  $AD$  и  $CD$ . Докажите, что общие внешние касательные к  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются на  $\Omega$ .