

Композиция гомотетий или признаки описанности?

1. Докажите, что отрезки, отмеченные одной чёрточкой равны тогда и только тогда, когда равны отрезки, отмеченные двумя чёрточками.

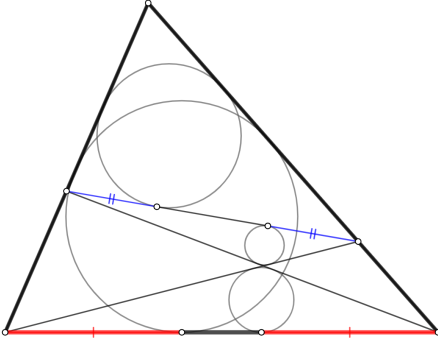


Рис. 1: к задаче 1

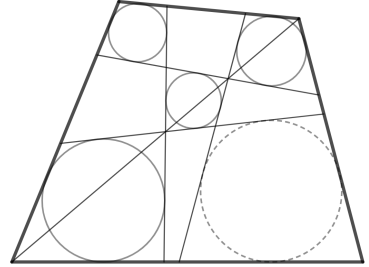


Рис. 2: к задаче 3

2. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ выполнено равенство $AB + AD = CB + CD$. В треугольники ABC и CDA вписаны окружности с центрами I_1 и I_2 . Докажите, что прямая I_1I_2 проходит через точку пересечения диагоналей $ABCD$.
3. Четыре четырёхугольника на рисунке 2 описанные. Докажите, что пятый тоже описанный.
4. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ в котором $AB \neq BC$. В треугольники ABC и ADC вписаны окружности ω_1 и ω_2 . Оказалось, что существует окружность Ω , которая касается продолжений отрезков BA и BC за точки A и C , а так же прямых AD и CD . Докажите, что общие внешние касательные к ω_1 и ω_2 пересекаются на Ω .