

## Про стрелочки

1. Стороны треугольника  $T$  параллельны медианам треугольника  $T_1$ . Докажите, что медианы треугольника  $T$  параллельны сторонам треугольника  $T_1$ .
2. На стене висят двое правильно идущих часов. Одни показывают московское время, другие — местное. В течение суток минимальное расстояние между концами их часовых стрелок равно  $m$ , а максимальное —  $M$ . Найдите расстояние между центрами этих часов.
3. Точки  $B_1$  и  $C_1$  — точки касания вневписанных окружностей треугольника  $ABC$  со сторонами  $AC$  и  $AB$  соответственно. Докажите, что прямая, соединяющая середины отрезков  $BC$  и  $B_1C_1$ , параллельна биссектрисе угла  $A$  треугольника.
4. Дана прямая и точка  $O$  вне этой прямой. На прямой отмечены точки  $A_1, A_2, \dots, A_{123}$ . Можно ли на отрезках  $OA_1, OA_2, \dots, OA_{123}$  расставить стрелки так, чтобы сумма полученных векторов была равна  $\vec{0}$ ?
5. Из точки  $O$  на плоскости проведено несколько векторов, сумма длин которых равна 4. Доказать, что можно выбрать несколько векторов (или, быть может, один вектор), длина суммы которых больше 1.
6. Пусть  $O$  — центр правильного треугольника  $ABC$ . Из произвольной точки  $P$  опустили перпендикуляры на стороны треугольника или их продолжения. Обозначим через  $M$  точку пересечения медиан треугольника с вершинами в основаниях этих перпендикуляров. Докажите, что  $M$  — середина отрезка  $PO$ .
7. Середины противоположных сторон шестиугольника соединены отрезками. Оказалось, что точки попарного пересечения этих отрезков образуют равносторонний треугольник. Докажите, что проведённые отрезки равны.
8. На столе лежал проволочный треугольник с углами  $x^\circ, y^\circ, z^\circ$ . Хулиган Коля согнул каждую сторону треугольника на один градус, в результате чего получился невыпуклый шестиугольник с внутренними углами  $(x - 1)^\circ, 181^\circ, (y - 1)^\circ, 181^\circ, (z - 1)^\circ, 181^\circ$ . Докажите, что точки сгиба делили стороны исходного треугольника в одном и том же отношении.
9. Докажите, что если у выпуклого многоугольника все углы равны, то по крайней мере у двух его сторон длины не превосходят длин соседних с ними сторон.