

Вспомогательная окружность

1. Общая гипотенуза прямоугольных треугольников ABC и ABD имеет длину 10 см. Найдите наибольшее возможное расстояние между точками C и D .
2. В треугольнике ABC : $\angle C = 70^\circ$, $\angle B = 80^\circ$. Внутри треугольника выбрана такая точка M , что треугольник CMB — равносторонний. Найдите углы MAB и MAC .
3. Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом при вершине A . На лучах AB и CB отмечены точки H и K соответственно, причём $CH = BC$ и $AK = AB$. Докажите, что $DH = DK$.
4. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и AC треугольника ABC пересекают высоту AH в точках P и Q . Известно, что $AP = p$, $AQ = q$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .
5. Окружность ω , лежащая внутри правильного шестиугольника $ABCDEF$, касается сторон AB и AF . Оказалось, что касательные из точек C и E к ω , точка пересечения которых не лежит на AD , перпендикулярны. Найдите $\angle COE$.
6. На стороне BC выпуклого четырёхугольника $ABCD$ взяты точки E и F (E лежит между B и F). Известно, что $\angle BAE = \angle CDF$ и $\angle EAF = \angle FDE$. Докажите, что $\angle FAC = \angle EDB$.
7. Пусть H — ортоцентр треугольника ABC . Точки E и F на сторонах AC и AB таковы, что $\angle ENF = 90^\circ$, а X — основание перпендикуляра из H на EF . Докажите, что $\angle BXC = 90^\circ$.