

Соображения единственности в геометрии

1. Существует ли такой остроугольный треугольник ABC , что окружность с диаметром AB проходит через середину отрезка CH (H — точка пересечения высот треугольника ABC)?
2. В остроугольном треугольнике на сторонах BC , CA , AB взяты точки A_1 , B_1 , C_1 соответственно так, что отрезки AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в одной точке. Известно, что $BC \cdot AA_1 = CA \cdot BB_1 = AB \cdot CC_1$. Докажите, что AA_1 , BB_1 , CC_1 — это высоты треугольника ABC .
3. Вписанная окружность касается сторон AB , BC и AC треугольника ABC в точках N , K и M соответственно. Прямые MN и MK пересекают биссектрису внешнего угла B в точках R и S соответственно. Докажите, что прямые RK и SN пересекаются на вписанной окружности треугольника ABC .