

Теория цифр

1. Пусть t — натуральное число. Докажите, что существует делящееся на t число, которое начинается на 202320242025.
2. Пусть t — нечётное натуральное число, не кратное 5. Докажите, что найдётся число, состоящее только из единиц и кратное t .
3. Найдите все натуральные числа n , для которых сумма цифр числа 5^n равна 2^n .
4. В бесконечной последовательности натуральных чисел каждое следующее число получается прибавлением к предыдущему одной из его ненулевых цифр. Докажите, что в этой последовательности есть чётное число.
5. Взяли некоторое пятизначное число и все пятизначные числа, получающиеся перестановками его цифр. У каждого из них нашли остаток при делении на 11. Докажите, что есть остаток, который ни разу не встречается среди полученных.
6. Трёхзначное число, в записи которого нет нулей, умножают на сумму обратных величин к его цифрам. Докажите, что результат больше 200.
7. В ряд выписаны 2025 различных натуральных чисел, причём каждое следующее равно сумме цифр предыдущего. Могло ли оказаться так, что все эти числа являются точными кубами?