

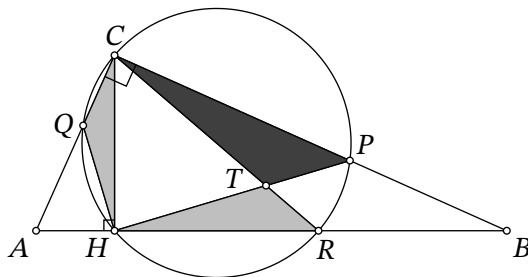
# Московская Математическая Олимпиада и Турнир Городов

- (ММО, 9.1)** Можно ли расставить девять различных целых чисел в клетки таблицы  $3 \times 3$  так, чтобы произведение чисел в каждой строке равнялось 2025 и произведение чисел в каждом столбце тоже равнялось 2025?
- (ТурГор, мл-2)** В квадрате  $2025 \times 2025$  отмечено несколько клеток. За один ход Кирилл может узнать количество отмеченных клеток в любом клетчатом квадрате со стороной меньше 2025 внутри исходного квадрата. Какого наименьшего количества ходов точно хватит, чтобы узнать количество отмеченных клеток во всём квадрате?
- (ТурГор, ст-1)** Существует ли такое положительное число  $x > 1$ , что

$$\{x\} > \{x^2\} > \{x^3\} > \dots > \{x^{100}\}?$$

(Здесь  $\{x\}$  — дробная часть числа  $x$ , то есть разность между  $x$  и ближайшим целым числом, не превосходящим  $x$ .)

- (ММО, 9.3)** В треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  провели высоту  $CH$ . Окружность, проходящая через точки  $C$  и  $H$ , повторно пересекает отрезки  $AC$ ,  $CB$  и  $BH$  в точках  $Q$ ,  $P$  и  $R$  соответственно. Отрезки  $HP$  и  $CR$  пересекаются в точке  $T$ . Что больше: площадь треугольника  $CPT$  или сумма площадей треугольников  $CQH$  и  $HTR$ ?



- (ММО, 9.2 и 8.4)** Можно ли на бесконечной клетчатой плоскости расставить бесконечное количество шахматных коней (не более одного коня в клетку) так, чтобы каждый конь бил ровно
  - 7 других;
  - 6 других;
  - 5 других?
- (ММО, 9.4)** Каждая клетка квадрата  $100 \times 100$  покрашена либо в белый, либо в чёрный цвет. Оказалось, что у каждой белой клетки ровно две соседних с ней по стороне клетки покрашены в белый цвет, а у каждой чёрной клетки ровно две соседних с ней по стороне клетки покрашены в чёрный цвет. Найдите максимальное возможное количество чёрных клеток.
- (ТурГор, мл-4)** Имеется 15 неразличимых на вид монет. Известно, что одна из них весит 1 г, две — по 2 г, три — по 3 г, четыре — по 4 г, пять — по 5 г. На монетах есть соответствующие надписи с указанием масс. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь проверить, все ли надписи сделаны верно? (Не требуется определять, какие именно надписи верны, а какие нет.)