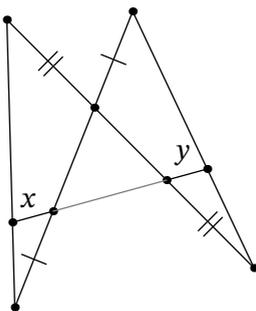


Счёт отрезков, эпизод второй

1. Через середину стороны BC треугольника ABC проведена прямая, пересекающая прямые AB и AC в точках P и Q соответственно. Докажите, что если $AP = AQ$, то $BP = CQ$.
2. Через точку внутри треугольника провели три чевианы. Оказалось, что длины шести отрезков, на которые они разбивают стороны треугольника, образуют в каком-то порядке геометрическую прогрессию. Докажите, что длины чевиан тоже образуют геометрическую прогрессию.
3. Посмотрите на картинку. Докажите, что $x = y$.



4. Окружность пересекает сторону AB треугольника ABC в точках C_1 и C_2 , сторону BC — в точках A_1 и A_2 , сторону CA — в точках B_1 и B_2 . Докажите, что если прямые AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в одной точке, то и прямые AA_2 , BB_2 , CC_2 также пересекаются в одной точке.
5. Дан четырёхугольник $ABCD$, в котором $AC = BD = AD$; точки E и F — середины AB и CD соответственно; O — точка пересечения диагоналей AC и BD . Докажите, что EF проходит через точки касания вписанной окружности треугольника AOD с его сторонами AO и OD .
6. На высоте AH остроугольного треугольника ABC взята точка D . Прямые BD и CD пересекают стороны AC и AB в точках B_1 и C_1 соответственно. Докажите, что луч HA — биссектриса угла B_1HC_1 .
7. Точки O и H — центр описанной окружности и ортоцентр треугольника ABC соответственно. Докажите, что на сторонах BC , CA , AB найдутся такие точки D , E , F , что $OD + DH = OE + EH = OF + FH$ и прямые AD , BE , CF пересекаются в одной точке.