

Разнойбой-6

1. Найдите сумму всех правильных несократимых дробей со знаменателем 1000.
2. В остроугольном треугольнике MKN проведена биссектриса KL . Точка X на стороне MK такова, что $KX = KN$. Докажите, что прямые KO и XL перпендикулярны, где O — центр описанной окружности треугольника MKN .

По следующей задаче для сдачи имеется ровно одна попытка.

3. Докажите, что на рёбрах любого графа можно расставить стрелки так, чтобы для каждой вершины число входящих рёбер и число исходящих рёбер отличались не более чем на 1.
4. Маша и Вадим договорились показать Артемию фокус. У них есть колода из 100 карт, пронумерованных числами $1, 2, \dots, 100$. Обратные стороны всех карт неразличимы. Артемий раскладывает карты в произвольном порядке числом вверх. Маша, посмотрев на них, либо меняет две карты местами, либо не делает ничего. Затем карты (с сохранением порядка) переворачиваются числом вниз, и в комнату входит Вадим. Артемий называет ему число от 1 до 100, и он по одной переворачивает карты с целью перевернуть карту со сказанным числом. Могут ли Маша и Вадим договориться так, чтобы Вадим гарантированно нашёл карточку не более, чем за 50 переворачиваний?