

Разнойбой-6

1. Найдите сумму всех правильных несократимых дробей со знаменателем 2025^{2025} .
По следующей задаче для сдачи имеется ровно одна попытка.
2. Докажите, что на рёбрах любого графа можно расставить стрелки так, чтобы для каждой вершины число входящих рёбер и число исходящих рёбер отличались не более чем на 1.
3. Пусть AL — биссектриса остроугольного треугольника ABC , H_b , H_c — ортоцентры треугольников ABL и ACL соответственно. Докажите, что $H_b H_c \leq |AB - AC|$.
4. Маша и Вадим договорились показать Артемию фокус. У них есть колода из 100 карт, пронумерованных числами $1, 2, \dots, 100$. Обратные стороны всех карт неразличимы. Артемий раскладывает карты в произвольном порядке числом вверх. Маша, посмотрев на них, либо меняет две карты местами, либо не делает ничего. Затем карты (с сохранением порядка) переворачиваются числом вниз, и в комнату входит Вадим. Артемий называет ему число от 1 до 100, и он по одной переворачивает карты с целью перевернуть карту со сказанным числом. Могут ли Маша и Вадим договориться так, чтобы Вадим гарантированно нашёл карточку не более, чем за 50 переворачиваний?