

Комбинаторный разнобой. Добавка.

1. Правильный многоугольник разрезали непересекающимися диагоналями на меньшие многоугольники так, что у всех многоугольников разбиения поровну сторон, причём число сторон нечётно. Может ли так оказаться, что хотя бы у одного многоугольника разбиения есть параллельные стороны?
2. Клетчатая доска $2m \times 2n$ раскрашена в шахматную раскраску. Сколькими способами можно поставить на белые клетки такой доски mn фишек так, чтобы в одной клетке стояло не более одной фишки и никакие две фишки не стояли в соседних по диагонали клетках?
3. Кузнечик умеет прыгать по клетчатой полоске шириной в 1 клетку на 8, 9 или 10 клеток в любую сторону. (Прыжок на k клеток означает, что между начальным и конечным положениями прыжка находятся $k - 1$ клеток.) Будем называть натуральное число n пропрыгиваемым, если кузнечик может, начав с некоторой клетки, обойти полоску длины n , побывав на каждой клетке ровно один раз. Докажите, что есть непропрыгиваемое число, большее 50.