Комбинаторный разнобой

1. На доске нарисовали выпуклый многоугольник. В нём провели несколько диагоналей, не пересекающихся внутри него, так что он оказался разбит на треугольники. Затем возле каждой вершины записали число треугольников, примыкающих к этой вершине, после чего все диагонали стерли. Можно ли по оставшимся возле вершин числам восстановить стёртые диагонали?

2. По кругу стоят 10 детей разного роста. Время от времени один из них перебегает на другое место (между какими-то двумя детьми). Дети хотят как можно скорее встать по росту в порядке возрастания по часовой стрелке (от самого низкого к самому высокому). Какого наименьшего количества таких перебежек им заведомо хватит, как бы они ни стояли изначально?

3. В графе нет треугольников и не более **(а)** $2n-1$; **(б)** $\frac{n(n+1)}{2}$ вершин. Докажите, что вершины графа можно правильным образом покрасить в n цветов.

4. Все стороны и диагонали правильного 12-угольника раскрашиваются в 12 цветов (каждый отрезок – одним цветом). Существует ли такая раскраска, что для любых трёх цветов найдутся три вершины, попарно соединенные между собой отрезками этих цветов?

5. Даны 15 целых чисел, среди которых нет одинаковых. Петя записал на доску все возможные суммы по 7 из этих чисел, а Вася – все возможные суммы по 8 из этих чисел. Могло ли случиться, что они выписали на доску одни и те же наборы чисел? (Если какое-то число повторяется несколько раз в наборе у Пети, то и у Васи оно должно повторяться столько же раз.)

6. Дана клетчатая плоскость. У Маши есть 101 квадрат со стороной 100. Она произвольным образом раскладывает квадраты на клетчатой плоскости так, чтобы каждый квадрат покрывал 100^2 клеточек. Какое наименьшее количество клеток может быть покрыто нечётным числом квадратом?