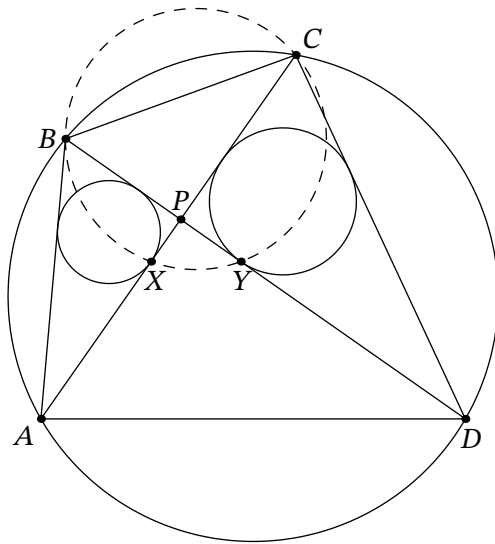


Разные взгляды на подобие

1. Пусть CD — высота прямоугольного треугольника ABC , проведённая из вершины прямого угла. Пусть также r, r_1, r_2 — радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABC, CDA, CDB соответственно. Докажите, что $r_1^2 + r_2^2 = r^2$.
2. В трапеции $ABCD$ основание AD больше боковой стороны CD . Биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке K . Докажите, что $AK > KB$.
3. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 и биссектриса AL . Оказалось, что середина отрезка AL лежит на отрезке B_1C_1 . Найдите угол BAC .
4. Диагонали вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P . Окружности, вписанные в треугольники ABP и CDP , касаются сторон AP и DP в точках X и Y соответственно. Докажите, что точки X, Y, B и C лежат на одной окружности.



5. В треугольнике ABC проведены медиана CM и высота CH . Прямые, проведённые через произвольную точку P плоскости перпендикулярно CA, CM и CB , пересекают прямую CH в точках A', M' и B' . Докажите, что $A'M' = B'M'$.
6. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ отмечена точка X . Прямая AX пересекает прямые BC, CD в точках P, Q . Докажите, что $AX^2 = XP \cdot XQ$.
7. **#ЭтоДолженЗнатьКаждыйМатшкольник.**
Окружность с центром O на стороне BC равностороннего треугольника ABC касается сторон AB и AC в точках P и Q соответственно. Касательная к окружности пересекает эти стороны в точках M и N , а отрезки OM и ON пересекают отрезок PQ в точках E и F . Докажите, что $EF = MN/2$.