Разные взгляды на ...

1. Пусть CD — высота прямоугольного треугольника ABC, проведённая из вершины прямого угла. Пусть также r, r_1, r_2 — радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABC, CDA, CDB соответственно. Докажите, что $r_1^2 + r_2^2 = r^2$.

2. В трапеции $ABCD$ основание AD больше боковой стороны CD. Биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке K. Докажите, что $AK > KB$.

3. Диагонали вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P. Окружности, вписанные в треугольники ABP и CDP, касаются сторон AP и DP в точках X и Y соответственно. Докажите, что точки X, Y, B и C лежат на одной окружности.

4. В треугольнике ABC проведены медиана CM и высота CH. Прямые, проведённые через произвольную точку P плоскости перпендикулярно CA, CM и CB, пересекают прямую CH в точках A', M' и B'. Докажите, что $A'M' = B'M'$.

5. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ отмечена точка X. Прямая AX пересекает прямые BC, CD в точках P, Q. Докажите, что $AX^2 = XP \cdot XQ$.

6. **#ЭтоДолженЗнатьКаждыйМатшкольник.**
Окружность с центром O на стороне BC равностороннего треугольника ABC касается сторон AB и AC в точках P и Q соответственно. Касательная к окружности пересекает эти стороны в точках M и N, а отрезки OM и ON пересекают отрезок PQ в точках E и F. Докажите, что $EF = MN/2$.

7. Внутри выпуклого четырёхугольника $ABCD$ отмечена такая точка X, что $\angle BAC = \angle CDX$, $\angle DAC = \angle CBX$. Докажите, что $\angle BCA = \angle XCD$.