

Разнобой - 5

1. В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, A_0 , B_0 , C_0 — середины сторон BC , AC , AB соответственно. На отрезках AB_0 и BA_0 во внешнюю сторону построены как на основаниях равносторонние треугольнички с вершинами C_1 , C_2 . Найдите угол $C_0C_1C_2$.
2. Динг заключил контракт с новым спонсором и теперь каждый день играет по одной партии в шахматы. В первые два дня действия контракта он делает по 1 зевку за партию. Если Динг два дня подряд делает a и b зевков соответственно, то на следующий день он может сделать либо $a + b$ зевков, либо $|a - b|$ зевков (причём безошибочных партий он не играет). Срок действия контракта истекает, если Дингу удастся сыграть две партии с разницей ровно в один год (365 дней) с A и B зевками соответственно, где A и B — два фиксированных взаимно простых натуральных числа. Докажите, что Динг сможет играть так, чтобы когда-нибудь выполнить условия контракта и уйти на заслуженный отдых.
3. При каких натуральных n существует замкнутая n -звенная ломаная, пересекающая каждое своё звено ровно один раз?
4. Доска для игры состоит из 2024 клеток, расположенных по кругу. В исходной позиции у Миши есть три белые шашки, стоящие в соседних клетках, а у Вадима — три чёрные, стоящие в трёх противоположных клетках. За один ход можно либо передвинуть шашку на соседнее пустое поле, либо «побить» одну или несколько шашек соперника (если есть возможность бить, то бить обязательно). Проигрывает тот, у кого не осталось ни одной шашки. Докажите, что у **(а)** Вадима, **(б)** Миши есть не проигрывающая стратегия.

