

Подсчёт двумя способами

1. На доске 11×10 (11 строк, 10 столбцов) расставлены фишки. Может ли во всех строках быть разное количество фишек, а во всех столбцах – одинаковое?
2. На доске написано несколько натуральных чисел с суммой 100.

(а) Петя посчитал сколько на доске написано чисел и записал результат. Затем Петя посчитал, сколько чисел, больших 1, было выписано на доску и также записал результат. Потом он посчитал, сколько чисел, больших 2, первоначально было выписано на доске и записал результат. И так далее. Докажите, что сумма выписанных Петей чисел также равна 100.

(б) Вася проделал те же операции, но только с числами Пети. Докажите, что у Васи получился первоначальный набор чисел.
3. На столе лежали две колоды, по 36 карт в каждой. Первую колоду перетасовали и положили на вторую. Затем для каждой карты первой колоды посчитали количество карт между ней и такой же картой второй колоды (т. е. сколько карт между семерками червей, между дамами пик, и т. д.). Чему равна сумма 36 полученных чисел?
4. Саша начертил квадрат размером 6×6 клеток и поочередно закрашивает в нём по одной клетке. Закрасив очередную клетку, он записывает в ней число — количество закрашенных клеток, соседних с ней. Закрасив весь квадрат, Саша складывает числа, записанные во всех клетках. Докажите, что в каком бы порядке Саша ни красил клетки, у него в итоге получится одна и та же сумма. (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону).
5. По кругу расставлены красные и синие числа. Каждое красное число равно сумме соседних чисел, а каждое синее — полусумме соседних чисел. Докажите, что сумма красных чисел равна нулю.
6. Дано натуральное n . Рёбра полного графа на $4n + 1$ вершине покрашены в 2 цвета так, что из каждой вершины исходит ровно $2n$ красных и $2n$ синих рёбер. Сколько одноцветных треугольников могло оказаться в этом графе?
7. Ровно 19 вершин правильного 97-угольника покрашено в белый цвет, остальные вершины покрашены в чёрный. Докажите, что число равнобедренных одноцветных треугольников с вершинами в вершинах 97-угольника не зависит от способа раскраски.