

## Разнойбой - 4

1. Вершины правильного стоугольника покрашены в 10 цветов. Докажите, что можно выбрать 4 вершины этого стоугольника, являющиеся вершинами прямоугольника и покрашенные не более чем в два различных цвета.
2. Числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  являются длинами сторон треугольника. Докажите неравенство

$$\frac{x^2 + 2yz}{y^2 + z^2} + \frac{y^2 + 2xz}{x^2 + z^2} + \frac{z^2 + 2xy}{x^2 + y^2} > 3.$$

3. На вечеринке 25 эльфов дарят друг другу подарки. Дарить подарок самому себе запрещено. Оказалось, что каждый эльф подарил хотя бы один подарок, но никто не отправил подарки всем остальным эльфам. Докажите, что можно выбрать тройку эльфов, в которой хотя бы два эльфа отправили подарок ровно одному из двух других эльфов в тройке.
4. Пусть  $a$ ,  $b$  и  $c$  — попарно различные натуральные числа, причём  $b + c + bc$  делится на  $a$ ,  $c + a + ca$  делится на  $b$ ,  $a + b + ab$  делится на  $c$ . Докажите, что хотя бы одно из чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  не является простым.