

## Телескопические суммы. Добавка

Сдавать задачи из добавки можно только тем, кто уже сдал все задачи из основного листа.

1. (а) Найдите сумму

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n-2) \cdot (n-1) \cdot n}.$$

- (б) Для каждого натурального  $n \geq 2$  вычислите сумму

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{(n-1) \cdot n} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n}$$

(в знаменателях стоят все возможные произведения нескольких из чисел  $1, 2, \dots, n$ ).

2. Пусть

$$A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2021 \cdot 2022}, \quad B = \frac{1}{1012 \cdot 2022} + \frac{1}{1013 \cdot 2021} + \dots + \frac{1}{2022 \cdot 1012}.$$

Докажите, что  $A/B$  — целое число.