

## Касательная к окружности. Добавка

1. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$ ,  $AB = AC$ ;  $O, I$  — центры его описанной и вписанной окружностей соответственно. Окружность  $\omega$  описана вокруг треугольника  $BIO$  и пересекает описанную окружность треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Докажите, что  $AD$  — касательная к  $\omega$ .
2. Серединный перпендикуляр к биссектрисе  $BL$  треугольника  $ABC$  пересекает биссектрисы его внешних углов  $A$  и  $C$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Докажите, что окружность, описанная около треугольника  $PBQ$ , касается окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .
3. (*Заключительный этап ВсОШ-2017, задача 10.2*) Пусть  $O$  — центр описанной окружности остроугольного равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AB = AC$ ). Прямые  $BO$  и  $CO$  пересекают стороны  $AC$  и  $AB$  в точках  $B'$  и  $C'$  соответственно. Докажите, что прямая, проходящая через  $C'$  параллельно  $AC$ , касается описанной окружности треугольника  $B'OC$ .
4. Отрезок  $CD$  — биссектриса треугольника  $ABC$ . Окружность, проходящая через точку  $A$  и касающаяся биссектрисы в точке  $D$ , вторично пересекает прямую  $AC$  в точке  $A_1$ . Окружность, проходящая через точку  $B$  и касающаяся биссектрисы в точке  $D$ , вторично пересекает прямую  $BC$  в точке  $B_1$ . Докажите, что окружность, симметричная описанной около треугольника  $A_1B_1C$  относительно  $CD$ , касается  $AB$ .