

## Разнойбой 2

1. Дан треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . На стороне  $AB$  во внешнюю сторону построен квадрат, точка  $O$  — его центр. Докажите, что прямая  $CO$  делит угол  $BCA$  пополам.
2. Для положительных чисел докажите неравенство

$$\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{ad} + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd} \leq \frac{3}{2}(a + b + c + d).$$

3. Назовём вершину *самой сильной*, если расстояние от неё до любой другой не превосходит двух.
  - (а) Докажите, что любом полном ориентированном графе есть самая сильная вершина.
  - (б) Докажите, что если в полном ориентированном графе есть ровно одна самая сильная вершина, то из неё ведут стрелки во все другие вершины.