

Сильная связность. Добавка

1. В сильно связном ориентированном графе **(а)** разрешены; **(б)** запрещены кратные ребра, включая рёбра, идущие в противоположные стороны. Докажите, что можно оставить лишь **(а)** $2n-2$; **(б)** $2n-3$ ребра так, что граф по-прежнему будет сильно связным.
2. В стране 1001 город, любые два города соединены дорогой с односторонним движением. Из каждого города выходит ровно 500 дорог, в каждый город входит ровно 500 дорог. От страны отделилась независимая республика, в которую вошли 668 городов. Докажите, что из любого города этой республики можно добраться до любого другого, не выезжая за пределы республики.
3. В ориентированном графе 200 вершин, из каждой вершины исходит хотя бы одно ребро, и в каждую вершину входит хотя бы одно ребро. Докажите, что можно провести 100 ребер так, чтобы граф стал сильно связным.