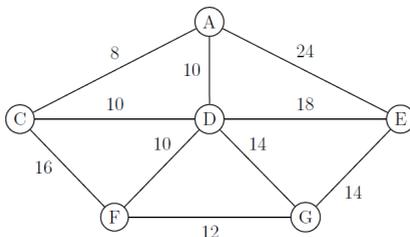


Графы (без сложной теории)

1. На карте изображены населённые пункты и дороги между ними с указанием расстояния. Автобус выехал из пункта A и, проехав 2222 км, вернулся обратно. Докажите, что он точно проезжал по дороге EG .



2. В классе учатся девочки и мальчики, всего 19 детей. Каждый из них дружит ровно с 10 своими одноклассниками. Учитель выбирает одного ученика и просит выйти его и всех его друзей. Докажите, что он может выбрать ученика так, чтобы в классе осталось не поровну мальчиков и девочек.
3. В стране есть 100 городов и несколько дорог, каждая из которых соединяет два города. Путешественник заметил, что каким бы способом ни разделить города страны на две части, между этими двумя частями будет не более 400 дорог. Докажите, что существует город, из которого выходит не более 16 дорог.
4. В шахматном турнире принимают участие три команды по 10 человек. Каждый шахматист играет ровно одну партию с каждым шахматистом из обеих команд-соперниц (итого 20 партий). В выходной день оргкомитет установил, что уже сыграна 201 партия. Докажите, что найдутся три шахматиста, каждый из которых уже сыграл с обоими другими.
5. Петя закрасил все клетки, примыкающие к краю изначально белой доски 10×10 , в чёрный цвет. Может ли теперь Вася закрасить в чёрный цвет часть клеток внутреннего белого квадрата 8×8 так, чтобы нигде на доске не получилось одноцветного квадрата 2×2 и квадрата 2×2 , клетки которого окрашены в шахматном порядке?