

Формулы сокращённого умножения (продолжение)

0. Решите уравнение в действительных числах $(x + y)^2 = (x + 1)(y - 1)$.
1. Положительные числа a и b таковы, что $a^2 + b = b^2 + a$. Верно ли, что $a = b$?
2. Докажите, что число $2020 \cdot 2022 \cdot 2024 \cdot 2026 + 16$ является точным квадратом.
3. Числа a, b, c и d таковы, что $a + b = c + d$ и $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$. Верно ли, что $a^3 + b^3 = c^3 + d^3$?
4. Решите уравнение в натуральных числах $a^3 + b^3 = (a + b)^2$.
5. Найдите наибольшее возможное значение выражения:

$$20x - 4y + 6z - 2x^2 - 4y^2 - 3z^2 - 2.$$

-
6. Положительные числа x, y, z таковы, что $x^4 - 23x^2 + 1 = 0$, $y^4 - 223y^2 + 1 = 0$, $z^4 - 2023z^2 + 1 = 0$. Докажите, что для некоторого целого n

$$x^2y^2z^2 - nxyz + 1 = (xy + 1)(yz + 1)(zx + 1).$$

7. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Найдите значение выражения $a^4 + b^4 + c^4$.
8. a, b, c — натуральные числа, причём $a - b$ — простое число и

$$3c^2 = c(a + b) + ab.$$

Докажите, что $8c + 1$ — точный квадрат.