

## Примеры функций

- 1. Существует ли функция  $f(x)$  такая, что область её определения — все действительные числа и для любого  $x$  верно равенство  $f(x^2) = x$ ?
0. Существуют ли две функции  $f(x)$  и  $g(x)$ , определенные при всех действительных  $x$ , тождественно не равные нулю, такие, что  $f(g(x)) = 0$  и  $g(f(x)) = 0$  при всех  $x$ ?
1. Приведите пример функции  $f(x)$  такой, что при любом  $x$

$$f(x) + 2f(-x) = x + 1.$$

2. Существует ли функция, принимающая любое действительное значение ровно 3 раза?
3. Существует ли такая функция  $f(x)$ , определённая при всех действительных  $x$ , что не найдётся таких чисел  $a$  и  $b$ , что на отрезке  $[a; b]$  функция  $f(x)$  будет либо невозрастающей, либо неубывающей?
4. Существуют ли такие функции  $f(x)$  и  $g(x)$ , определённые при всех  $x$ , что для любого  $x$  выполняются неравенства:

$$f(f(x)) = x, \quad g(g(x)) = x, \quad f(g(x)) > x, \quad g(f(x)) > x?$$

5.  $f(x) = 3 - x^3 - x$ . Решите уравнение  $f(f(x)) = f(x)$ .

- 
6. Для всех действительных  $x$  и  $y$  выполняется равенство

$$f(x^2 + y) = f(x) + f(y^2).$$

Найдите  $f(-1)$ .

7. Найдите все такие функции  $f(x)$ , определённых при всех действительных  $x$  такие, что для любого  $x$

$$f(x + y + f(x)) = f(x + y) + yf(x).$$

8. Найдите все такие функции  $f(x)$ , определённых при всех действительных  $x$  такие, что для любого  $x$

$$2f(x + 2) + f(4 - x) = 2x + 5.$$