

Графики функций

1. Графики различных функций $y = ax + a$ и $y = bx + b$ пересекаются в единственной точке M . Оказалось, что график функции $y = cx + d$ также проходит через точку M . Докажите, что $c = d$.
2. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

$$y^2 - |y| = x^2 - |x|.$$

3. Найдите все положительные решения уравнения

$$x^{1001} + 1001^{1000} = x^{1000} + 1001^{1001}.$$

4. Придумайте такую функцию, заданную при всех действительных x , что её график переходит в себя при повороте на 90° вокруг начала координат.

-
5. Даны действительные числа p, q, a, b, c, d . Графики линейных функций

$$y = px + a, \quad y = px + b, \quad y = qx + c, \quad y = qx + d$$

проходят через стороны квадрата K . Могло ли так получиться, что точки

$$A(p, a), \quad B(p, b), \quad C(q, c), \quad D(q, d)$$

служат вершинами квадрата, равного квадрату K ?

6. Дана функция $f(x) = |4 - 4|x|| - 2$. Сколько решений имеет уравнение $f(f(x)) = x$?
7. Число a является корнем уравнения $x^3 - 3x^2 + 5x - 17 = 0$, а число b — корнем уравнения $x^3 - 3x^2 + 5x + 11 = 0$. Какие значения может принимать $a + b$?