Комбинаторная геометрия и неравенства

0. На столе лежат несколько монет одинакового радиуса. Докажите, что никакая монета не может касаться более, чем шести других монет.

1. Докажите, что в задаче 0 есть монета, касающаяся не более трёх других.

2. На сторонах выпуклого четырёхугольника как на диаметрах построены круги. Докажите, что весь четырёхугольник покрыт этими кругами.

3. Внутри круга радиуса 1 отметили восемь точек. Докажите, что среди них точно есть две, расстояние между которыми меньше 1.

4. Можно ли на плоскости отметить четыре точки так, чтобы любые три из них были вершинами остроугольного треугольника?

5. Даны выпуклый многоугольник и точка P внутри него. Из точки P опустили перпендикуляры на все прямые, содержащие стороны многоугольника. Пусть A — количество сторон многоугольника, внутри которых оказалось основание перпендикуляра. Затем каждую вершину многоугольника соединили с точкой P. Пусть B — количество вершин таких, что луч, соединящий их с точкой P, делит их на два острых угла. Докажите, что $A = B$.

---

6. На плоскости лежат несколько кругов радиуса 1. Среди любых трёх из них какие–то два имеют общую точку. Докажите, что суммарная площадь, покрываемая кругами, меньше 60.

7. На плоскости расположены несколько точечных городов, все расстояния между ними различны. Каждый город субсидирует 100 ближайших к нему. От какого максимального количества городов может получать субсидию столица?

8. Назовём долькой сектор единичного круга раствора $59°$, из которого выкинуты все точки на расстоянии менее 0,01 от центра окружности. Каким наименьшим количеством долек можно покрыть единичный круг?