

## Соответствия

**Мысль 1.** Если элементам множества  $A$  можно поставить в соответствие элементы множества  $B$ , то в  $B$  элементов не меньше, чем в  $A$ .

**Мысль 2.** Если элементы двух множеств взаимно однозначно сопоставляются друг другу, то в них поровну элементов.

- 1. На доске десять целых чисел, сумма которых равна единице. Сколькими способами можно выбрать из них пять чисел с положительной суммой?
  0. Горка — трёхзначное число из различных цифр, у которого вторая цифра самая большая, а ямка — трёхзначное число из различных цифр, у которого вторая цифра наименьшая. Чего больше: горок или ямок?
  1. В клетках таблицы  $6 \times 8$  расставляют числа от 1 до 48. Каких расстановок больше: в которых ровно 7 простых чисел оказалось в крайних клетках таблицы или в которых ровно 8 простых чисел там оказалось?
  2. На доске  $13 \times 13$  стоят 50 фишек. Если в некотором квадрате  $7 \times 7$  стоит всего одна фишка, то её можно убрать. Существует ли такая расстановка, в которой такими ходами можно убрать все фишки?
  3. Докажите, что квадрат  $8 \times 8$  клеток с вырезанной левой нижней угловой клеткой нечётным числом способов разбивается на трёхклеточные уголки.
  4. Докажите, что при любом натуральном  $n$  сумма всех натуральных делителей числа  $24n - 1$  кратна 24.
  5. Слепой маг даёт гостю пять карт с номерами от 1 до 5. Гость прячет две карты, три отдаёт ассистенту мага. Ассистент возвращает гостю две из них, и гость говорит номера этих карт магу (в любом порядке). Маг должен назвать номера карт, спрятанных гостем. Как магу и ассистенту договориться, чтобы фокус всегда удавался?
- 
6. Петя записывает 9 разрядов 10-значного десятичного числа и пропускает один по своему выбору. Пропущенный разряд он предлагает записать Васе, а затем показывает полученное 10-значное число Толе. Как могут Вася и Толя договориться, чтобы Толя угадал, какой именно разряд записал Вася?
  7. По законам Телефонии телефонные номера всех абонентов должны состоять из 10 ненулевых цифр, а у любых двух абонентов номера должны различаться хотя бы в двух цифрах, либо ровно в одной цифре, но хотя бы на 2. Какое наибольшее количество телефонных номеров может быть в Телефонии?
  8. Все натуральные делители числа  $n$  разбили на пары так, что сумма чисел в каждой паре — простое число. Докажите, что все эти простые различны.