

## Уравнения в целых числах

-1. Решите в целых числах:  $(2x + y)(5x + 3y) = 7$ .

0. На доске написано 100 чисел. Оказалось, что произведение любых двух написанных чисел равно сумме всех остальных. Чему может быть равна сумма всех написанных чисел?

1. Найдите все натуральные числа  $x, y > 1$  такие, что  $\frac{x^2 - 1}{y^2 - 1} = 36$ .

2. Найдите все пары натуральных  $a$  и  $b$ , для которых  $a^3 + b^3 = (a + b)^2$ .

3. Найдите все простые  $p$ , для которых найдутся натуральные числа  $a$  и  $b$  такие, что

$$p = a^2 + b^2 + ab, \quad a^2 + b^2 + 25 = 15ab.$$

4. Решите уравнение для натуральных  $x$  и  $y$  и простого  $p$ :

$$x^3 + 3xy(x + y) + 2y^3 = p.$$

5. Решите в целых числах:

$$5x^2 + 3y^2 + 8xy - 16 = 0.$$

---

6. Найдите все натуральные  $n$ , при которых у чисел  $n^2$  и  $n^2 + 115$  одинаковое количество натуральных делителей.

7. Натуральные числа  $x$  и  $y$  таковы, что  $3x^2 + 3x + 1 = y^2$ . Докажите, что  $y$  представляется в виде суммы квадратов двух последовательных натуральных чисел.

8. Натуральные числа  $a, b, c, d$  таковы, что

$$a^2 + b^2 + ab = c^2 + d^2 + cd.$$

Докажите, что число  $a + b + c + d$  составное.