

Раскраски (продолжение)

5. В таблице 100×100 покрашено 60 клеток. Докажите, что из них можно выбрать 15, не соседних ни по стороне, ни по углу.
6. Для $N > 3$ назовём диагональ доски $N \times N$ большой, если на ней не меньше трёх клеток, и маленькой в противном случае. При каких натуральных N можно расставить на этой доске несколько слонов так, чтобы на каждой большой диагонали стоял ровно один слон, а на каждой маленькой диагонали слонов не стояло?
7. 54 квадрата со стороной один соединили в цепочку так, что любой квадрат, кроме крайних, прикреплён к соседним в цепочке противоположными вершинами. Квадраты в точках соединения могут как угодно двигаться, но не могут отсоединяться друг от друга. Можно ли такой цепочкой из квадратов полностью покрыть поверхность куба $3 \times 3 \times 3$?
8. Назовём две левые фигурки на картинке «тетраминоном первого типа», а две правые — «тетраминоном второго типа». Про клетчатый многоугольник известно, что его можно разбить на тетрамино только первого типа. Докажите, что при любом разбиении этого многоугольника на тетрамино, тетрамино второго типа будет использовано чётное число раз.

