

Мнимые противоречия

0. Сумма положительных чисел равна 10. Может ли сумма их квадратов быть меньше 0,1?
1. На занятии было 9 задач. И Михаил, и Дмитрий, и Алексей решили их все. Михаил отмечал задачу, если рассказал её преподавателю раньше Дмитрий. Дмитрий отмечал задачу, если рассказал её преподавателю раньше Алексея. А Алексей отмечал задачу, если рассказал её преподавателю раньше Михаила. Может ли у каждого из них быть отмечено по 6 задач?
2. Найдётся ли 4 натуральных числа, где каждое следующее делится на предыдущее, но имеет меньшую сумму цифр?
3. В футбольном турнире N команд сыграли друг с другом по одному разу. За победу в матче дают 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0. «ЦСКА» одержал больше всех побед. Мог ли он набрать меньше всех очков?
4. Некоторой фирмой руководят директор и три заместителя. Каждый месяц директор собирает заместителей на совещание и предлагает новый список зарплат для себя и заместителей. При этом заместители голосуют за или против списка (а директор не голосует). Известно, что заместитель голосует за, если лично его зарплата увеличивается, и ничья зарплата не увеличивается в большее число раз, иначе он голосует против. Решение принимается большинством голосов. Может ли директор за несколько голосований добиться, чтоб его зарплата стала в 10 раз больше, чем была, а все зарплаты заместителей уменьшились не менее чем в 10 раз?
5. Жюри из 9 судей оценивает троих участников турнира. Каждый из судей выставляет лучшему, по его мнению, участнику 3 балла, худшему — 1 балл, а оставшемуся — 2 балла. В итоге все участники набрали различное число баллов. Оказалось, что все трое получили разное число троек, причём победитель набрал наименьшее количество троек, а занявший третье место — наибольшее. Какое количество баллов мог набрать победитель?
6. В таблице с 4 строками и 9 столбцами есть 9 красных клеток, 11 синих и 16 белых. Если щёлкнуть мышкой по строке или по столбцу, произойдёт следующее: если в этой линии клеток какого-то цвета было больше, чем каждого из двух других цветов, то вся линия перекрасится в этот цвет; если же такого цвета не было, то ничего не произойдёт. Возможно ли такое, что если щёлкнуть сначала по всем строкам, а затем по всем столбцам, то все клетки станут красными; а если вместо этого щёлкнуть сначала по всем столбцам, а потом по всем строкам, то все клетки станут синими?