

Самое первое неравенство (продолжение)

Докажите неравенства:

13. Среди всех прямоугольников периметра P выберем тот, у которого наибольшая площадь. Чему равна эта площадь?
14. a, b, c — действительные числа. Докажите, что наименьшее из чисел $a + c - 4b^2$, $a + b - 4c^2$, $b + c - 4a^2$ не превосходит $1/4$.
15. Произведение положительных чисел a, b и c равно 60, а сумма равна 15. Докажите неравенство $(a + b)(a + c) \geq 60$.
16. Сумма положительных чисел a, b и c равна 1. Докажите, что

$$\sqrt{a + bc} + \sqrt{b + ca} + \sqrt{c + ab} \leq 2$$

.

17. Числа x, y и z удовлетворяют условиям $xy + yz + zx > 0$ и $x + y > 0$. Докажите, что $xa^2 + yb^2 + zc^2 \geq 0$ для любых чисел a, b и c , сумма которых равна 0.
18. Числа a, b, c и d таковы, что $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4$. Докажите, что

$$(2 + a)(2 + b) \geq cd.$$