

Игры

0. Два игрока по очереди пишут на доске натуральные числа, не превосходящие 1000. При этом нельзя писать делители уже выписанных чисел. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого из игроков есть выигрышная стратегия.
1. На столе лежат 2024 карточки, на которых по разу написаны натуральные числа от 1 до 2024. Два игрока по очереди берут себе по одной карточке. Если после того, как все карточки будут разобраны, сумма чисел на карточках первого игрока будет делиться на 3, то выигрывает первый игрок, иначе — выигрывает второй. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?
2. Антонио и Белла играют в следующую игру: они кладут на стол кучку из 2024 камней, дальше ходят по очереди. Начинает Антонио. Он может удалить 1 камень, после этого Белла может удалить 1 или 2 камня; после этого Антонио может удалить 1, 2, 3 или 4 камня и т.д. На n -м ходу игрок может удалить от 1 до 2^{n-1} камней. Игрок, после хода которого на столе не останется камней, выигрывает. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?
3. Максим и Серёжа играют в игру с пирамидками. Каждая из 11 пирамидок состоит из 10 колец. Первым ходит Максим. Своим ходом он может снять 1, 2 или 3 кольца с одной из пирамидок. Серёжа тоже может снять 1, 2 или 3 кольца, но с разных пирамидок (если их больше одного). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?
4. На доске написано уравнение

$$x^3 + \dots x^2 + \dots x + \dots = 0.$$

Двое играют в игру. Первый ставит вместо любого из многоточий целое число, отличное от нуля. Затем второй ставит целое число, отличное от нуля, вместо любого из оставшихся многоточий. И последним ходом первый ставит целое число, отличное от нуля вместо оставшегося многоточия. Первый выигрывает, если все корни, полученного уравнения целые. Докажите, что у него есть выигрышная стратегия.

5. Аня и Галя делят два мешка с конфетами. Сначала Галя съедает из любого мешка несколько конфет и перекладывает в другой мешок столько же конфет. Затем тоже самое повторяет Галя и т.д., пока можно брать конфеты по указанному правилу. Проигрывает та, кто не может сделать ход. У кого из девочек есть выигрышная стратегия?

6. 95 карт расположены в виде прямоугольника 5×19 . Каждая карта может лежать либо лицевой, либо обратной стороной. Двое играют в игру. Каждым ходом можно перевернуть любые 4 карты. Проигрывает тот, после хода которого получится ранее уже встречавшееся расположение карт. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?
7. Петя и Вася играют в игру. Перед ними лежат три кучки камней. В первой кучке 50 камней, во второй — 100 камней, в третьей — 150 камней. За один ход можно взять один или два камня из одной кучки. Нельзя брать камни из той кучки, откуда на предыдущем ходу брал соперник. Начинает Петя, далее ходят по очереди. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?