

Геометрическая вероятность

1. Из отрезка $[-1, 1]$ наугад выбирают числа a и b . Найдите вероятность того, что квадратный трёхчлен $x^2 + 2ax + ab$ не имеет действительных корней.
2. Какова вероятность того, что случайная хорда окружности больше стороны равностороннего треугольника, вписанного в эту окружность? Решите задачу для трёх различных способов задания случайной хорды:
 - (а) случайно выбираются концы хорды на окружности;
 - (б) случайно выбирается радиус окружности, после чего случайно выбирается середина хорды на нём;
 - (в) случайно выбирается точка в круге, ограниченном окружностью, после чего проводится хорда с центром в этой точке.
3. Андрей и Юра договорились встретиться в метро в первом часу. Каждый из них приходит в случайный момент между полуднем и часом дня, ждёт 10 минут и уходит. Какова вероятность того, что они встретятся?
4. Найдите вероятность того, что из трёх наудачу взятых отрезков длиной не более чем 1 можно составить треугольник.
5. Три студента делят последний рулон туалетной бумаги. Для простоты можно считать, что он является отрезком длины 18 метров. Студенты отмечают на нём две случайных точки и режут по этим точкам. Каков шанс, что длина самого короткого куска окажется меньше трёх метров?
6. Какова вероятность того, что треугольник остроугольный, если:
 - (а) случайно и независимо выбираются три точки на окружности, выбор каждой равномерно распределён;
 - (б) выбрали наибольшую сторону, равную 1, а две другие стороны равномерно распределяем в той области, где их сумма больше 1;
 - (в) зафиксированы два конца наибольшей стороны, а третья вершина равномерно распределяем в той области, где она может быть.
7. На плоскости даны 10 точек. Докажите, что их можно покрыть непересекающимися кругами радиуса 1.
8. Отрезком на сфере назовем любую дугу любой окружности, полученной как сечение сферы плоскостью, проходящей через центр сферы. На сфере радиуса 1 нарисована замкнутая несамопересекающаяся ломаная длиной меньше 2π . Докажите, что существует полусфера, полностью содержащая ломаную.