

Вероятности и бесконечности

1. Юра играет в следующую игру: он кидает два игральных кубика одновременно и считает сумму выпавших на них чисел. Он повторяет это действие, пока не получит сумму, делящуюся на три или пять. Какова вероятность того, что эта сумма будет делиться именно на пять?
2. Витя и Вера играют в игру. Каждый из них загадал по комбинации: Витя загадал «решка-решка-орел», а Вера — «решка-орел-орел». Они подбрасывают честную (выпадения орла и решки равновероятны) монетку и записывают результаты бросков. Выигрывает тот, чья комбинация встретится раньше. Какова вероятность победы каждого из игроков?
3. Витя и Вера решили модернизировать свою игру. Теперь Витя называет комбинацию из трех результатов, сообщает ее Вере, а после этого Вера называет свою комбинацию из трех результатов, отличную от Витиной. Дальше они играют по тем же правилам. Какую наибольшую вероятность победы может обеспечить себя Витя?
4. У вас есть монетка, но вы не знаете, какова вероятность выпадения орла при ее подбрасывании (может быть не $1/2$). Как с помощью этой монетки смоделировать честную? Другими словами, найдите событие, вероятность которого была бы $1/2$.
5. Вы подкидываете монету, вероятность выпадения орла на которой равняется p .
 - (а) Найдите математическое ожидание числа бросков до первого выпадения орла.
 - (б) А до десятого выпадения?
6. Пьяница стоит в шаге от обрыва. Каждую секунду он делает либо шаг в сторону обрыва, либо шаг от него, причём направление движения каждый раз выбирает случайно равновероятно. Найдите вероятность того, что пьяница когда-нибудь упадёт в обрыв.
7. В нулевой момент времени появилась частица. Все частицы существуют ровно одну секунду, в конце своей жизни порождая (равновероятно, независимо друг от друга) 0, 1, 2 или 3 новые частицы. С какой вероятностью все частицы когда-нибудь умрут?