

## Вероятности и бесконечности

1. Витя и Вера играют в игру. Каждый из них загадал по комбинации: Витя загадал «решка-решка-орел», а Вера — «решка-орел-орел». Они подбрасывают честную (выпадения орла и решки равновероятны) монетку и записывают результаты бросков. Выигрывает тот, чья комбинация встретится раньше. Какова вероятность победы каждого из игроков?
2. У вас есть монетка, но вы не знаете, какова вероятность выпадения орла при ее подбрасывании (может быть не  $1/2$ ). Как с помощью этой монетки смоделировать честную? Другими словами, найдите событие, вероятность которого была бы  $1/2$ .
3. Вы подкидываете монету, вероятность выпадения орла на которой равняется  $p$ .
  - (а) Найдите математическое ожидание числа бросков до первого выпадения орла.
  - (б) А до десятого выпадения?
4. Пьяница стоит в шаге от обрыва. Каждую секунду он делает либо шаг в сторону обрыва, либо шаг от него, причём направление движения каждый раз выбирает случайно равновероятно. Найдите вероятность того, что пьяница когда-нибудь упадёт в обрыв.
5. В нулевой момент времени появилась частица. Все частицы существуют ровно одну секунду, в конце своей жизни порождая (равновероятно, независимо друг от друга) 0, 1, 2 или 3 новые частицы. С какой вероятностью все частицы когда-нибудь умрут?
6. Вы собираете серию игрушек из киндер-сюрпризов, состоящую из  $n$  разных игрушек. При покупке очередного яйца каждая игрушка выпадает с вероятностью  $1/n$  независимо от предыдущих. Сколько в среднем вам придётся купить киндеров, чтобы собрать всю серию?