

Комби-разной

1. На доске нарисован клетчатый квадрат 9×9 . Двое по очереди стирают в нём единичные отрезки. Проигрывает тот, после чьего хода на доске не останется ни одного контура прямоугольника. Кто выигрывает при правильной игре?
2. На столе в ряд лежат девять неразличимых на вид монет. Известно, что одна из них весит 9 г, одна — 11 г, а остальные — по 10 г. Какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь понадобится, чтобы определить, какая из монет — 9-граммовая или 11-граммовая — лежит левее?
3. На изначально пустую доску 8×8 одна за другой выставляются фишки. Фишку можно ставить только в свободную клетку, которая граничит по стороне хотя бы с тремя свободными клетками. Какое наибольшее число фишек мы можем выставить на доску по таким правилам?
4. Рассмотрим последовательности из 0 и 1, в которых не меньше 1 и не больше 13 цифр. Подмножество таких последовательностей — красивое, если никакие две последовательности из него, написанные подряд, не составляют последовательность, лежащую в этом множестве. Какая наибольшая возможная мощность красивого множества?
5. На плоскости нарисованы 100 кругов, любые два из которых имеют общую точку (возможно граничную). Докажите, что найдётся точка, принадлежащая не менее, чем пятнадцати кругам.
6. Двоечник Лёша и отличник Юра играют в игру. Лёша загадывает натуральное число, не превосходящее 2^k , а Юра пытается его угадать, вначале назвав n — количество вопросов, которое он хочет задать, а потом задавая вопросы Лёше, который может на них отвечать «Да» или «Нет». К сожалению, будучи двоечником, Лёша иногда ошибается, но не более, чем в 1% всех ответов (количество его ошибок не больше $0.01 \cdot n$). Сможет ли Юра наверняка отгадать загаданное число за $1000k$ вопросов?
7. Известно, что если в графе на n вершинах разделить вершины на две группы, то между группами будет не более kn рёбер (k — натуральное). Какое наибольшее независимое множество можно гарантированно найти в этом графе?

(Независимое множество — такое подмножество вершин графа, что никакие две вершины из этого подмножества не соединены ребром).