

Комби-разнойой

1. На столе в ряд лежат девять неразличимых на вид монет. Известно, что одна из них весит 9 г, одна — 11 г, а остальные — по 10 г. Какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь понадобится, чтобы определить, какая из монет — 9-граммовая или 11-граммовая — лежит левее?
2. На изначально пустую доску 8×8 одна за другой выставляются фишки. Фишку можно ставить только в свободную клетку, которая граничит по стороне хотя бы с тремя свободными клетками. Какое наибольшее число фишек мы можем выставить на доску по таким правилам?
3. На плоскости нарисованы 100 кругов, любые два из которых имеют общую точку (возможно граничную). Докажите, что найдётся точка, принадлежащая не менее, чем пятнадцати кругам.
4. Двоечник Лёша и отличник Юра играют в игру. Лёша загадывает натуральное число, не превосходящее 2^k , а Юра пытается его угадать, вначале назвав n — количество вопросов, которое он хочет задать, а потом задавая вопросы Лёше, который может на них отвечать «Да» или «Нет». К сожалению, будучи двоечником, Лёша иногда ошибается, но не более, чем в 1% всех ответов (количество его ошибок не больше $0.01 \cdot n$). Сможет ли Юра наверняка отгадать загаданное число за $1000k$ вопросов?
5. Дано натуральное число n . Множество всех натуральных чисел от 1 до n разбивают на несколько групп; может оказаться, что группа одна, каждая группа состоит хотя бы из одного элемента. Далее каждую из групп расставляют по кругу (каждую группу — по своему кругу). Такие расстановки считаются *эквивалентными*, если одну из другой можно получить перестановкой кругов, а также поворотами кругов. Какое наибольшее количество попарно неэквивалентных расстановок можно придумать?
6. Известно, что если в графе на n вершинах разделить вершины на две группы, то между группами будет не более kn рёбер (k — натуральное). Какое наибольшее независимое множество можно гарантированно найти в этом графе?
(Независимое множество — такое подмножество вершин графа, что никакие две вершины из этого подмножества не соединены ребром).
7. Среди 2021 людей, работающих в корпорации, 1400 некомпетентных. Президент корпорации хочет выявить хотя бы одного некомпетентного. Есть множество заданий, для выполнения каждого из которых нужны ровно три сотрудника. Задание будет провалено, если хотя бы один из трёх сотрудников некомпетентен. Каждый день президент выдаёт задание трём сотрудникам, чтобы посмотреть, провалят они его или нет. За какое наименьшее количество дней он заведомо сможет выявить некомпетентного?