

Москва - город возможностей!

Почему в задачах с ММО с вопросом "можно ли?" так часто ответ - "можно"? Потому что Москва - город возможностей!

Расхожая шутка

1. Всегда ли можно найти среди вершин выпуклого девятиугольника три, образующие тупоугольный треугольник, ни одна сторона которого не совпадает со сторонами девятиугольника?
2. Среди любых пяти узлов обычной клетчатой бумаги обязательно найдутся два, середина отрезка между которыми — тоже узел клетчатой бумаги. А какое наибольшее количество узлов сетки из правильных шестиугольников можно взять, чтобы середина отрезка между любыми двумя из них не была узлом этой сетки?
3. Можно ли придумать такой вписанный в окружность 19-угольник, у которого нет одинаковых по длине сторон, а все углы выражаются целым числом градусов?
4. Есть бесконечная в одну сторону клетчатая полоска, клетки которой пронумерованы натуральными числами, и мешок с десятью камнями. В клетках полоски камней изначально нет. Можно делать следующее:
— перемещать камень из мешка в первую клетку полоски или обратно;
— если в клетке с номером n лежит камень, то можно переложить камень из мешка в клетку с номером $n + 1$ или обратно. Можно ли, действуя по этим правилам, положить камень в клетку с номером 1000?
5. На доске написаны 1000 последовательных целых чисел. За ход можно разбить написанные числа на пары произвольным образом и каждую пару чисел заменить на их сумму и разность (не обязательно вычитать из большего меньшее, все замены происходят одновременно). Может ли на доске снова появиться 1000 последовательных целых чисел?
6. В описанном четырёхугольнике $ABCD$ лучи AB и DC пересекаются в точке P , а лучи CB и DA - в точке Q . Может ли абсолютная величина разности радиусов окружностей, вписанных в треугольники ABQ и BPC , оказаться больше абсолютной величины разности отрезков AD и CD ?
7. При каких натуральных n для всякого натурального $k \geq n$ можно найти число с суммой цифр k , кратное n ?