

## Рекурренты. Комбинаторика.

1. Сколькими способами можно разбить полосу  $2 \times 2025$  на доминошки?
2. Лягушка прыгает по вершинам треугольника  $ABC$ , перемещаясь каждый раз в одну из соседних вершин. Сколькими способами она может попасть из  $A$  в  $A$  за  $n$  прыжков?
3. Сколькими способами можно представить натуральное число  $n$  в виде суммы нескольких нечётных слагаемых? (Представления, отличающиеся порядком слагаемых, считаем разными)
4. Сколько 10-значных чисел удовлетворяют следующим условиям: все цифры числа принадлежат множеству  $1, 2, 3, 4, 5$ , а любые две соседние цифры отличаются на 1?
5. Сколько существует несамопересекающихся ломаных длины  $n$ , начинающихся в начале координат  $(0, 0)$ , каждое звено которых совпадает с одним из векторов  $r = (1, 0)$ ,  $u = (0, 1)$ ,  $d = (0, -1)$ ?
6. Шеренга солдат называется *неправильной*, если никакие три подряд стоящих солдата не стоят по росту (ни в порядке возрастания, ни в порядке убывания). Составьте рекуррентное соотношение для количества неправильных шеренг из  $n$  солдат разного роста.
7. Археолог нашёл  $k$  золотых монет. Из старых текстов он выяснил, что одна из них всё-таки фальшивая и она легче подлинных. В распоряжении археолога есть только платные весы. Если левая чаша перевесит, то надо заплатить 2 фунта, а при любом другом исходе — 1 фунт. При каком наибольшем  $k$  можно найти фальшивую монету, заплатив не более 10 фунтов?