

Основания двух биссектрис

0. Пусть BL_B, CL_C – биссектрисы треугольника ABC . Докажите, что для каждой точки на отрезке $L_B L_C$ сумма расстояний от этой точки до прямых AB и AC равна расстоянию от нее до прямой BC .
1. Внутри треугольника ABC находится точка T , расстояния от которой до сторон треугольника равны x, y, z . Найдите геометрическое место точек T таких, что из отрезков длинами x, y, z можно составить треугольник.
2. Известно, что в треугольнике ABC точка пересечения медиан M принадлежит отрезку $L_B L_C$. Докажите, что в таком случае для высот треугольника ABC имеет место равенство $h_a = h_b + h_c$.
3. Около треугольника ABC описана окружность. Луч $L_B L_C$ пересекает Ω в точке X . Докажите, что $\frac{1}{XB} = \frac{1}{XA} + \frac{1}{XC}$.
4. Центр O описанной около треугольника ABC окружности лежит на отрезке $L_B L_C$. Докажите, что расстояние AO от вершины до ортоцентра треугольника ABC равно сумме радиусов описанной около треугольника ABC и вписанной в него окружностей.
5. В треугольнике ABC прямая, проходящая через центры его описанной и вписанной окружностей, параллельна стороне BC . Докажите, что $L_B L_C$ делит пополам высоту, проведенную из вершины A .
6. Центр O описанной около треугольника ABC окружности лежит на отрезке $L_B L_C$. Докажите, что $r_a = R$, где r_a радиус внеписанной окружности треугольника ABC , касающейся стороны BC .