

## Региональный разнобой

1. Из четырех одинаковых треугольников сложен выпуклый четырехугольник. Верно ли, что у этого четырехугольника обязательно есть параллельные стороны?
2. На сторонах выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  во внешнюю сторону построены прямоугольники. Оказалось, что все вершины этих прямоугольников, отличные от точек  $A, B, C, D$ , лежат на одной окружности. Докажите, что четырехугольник  $ABCD$  — вписанный.
3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $BH$ . Точка  $M$  и  $N$  - середины отрезков  $AH$  и  $CH$  соответственно. В окружности  $\Omega$ , описанной около треугольника  $BMN$ , проведен диаметр  $BB'$ . Докажите, что  $AB' = CB'$ .
4. Пусть  $O$  — центр окружности  $\Omega$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . На дуге  $AC$  этой окружности, не содержащей точку  $B$ , взята точка  $P$ . На отрезке  $BC$  выбрана точка  $X$  так, что  $PX \perp AC$ . Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника  $BXP$ , лежит на окружности, описанной около треугольника  $ABO$ .
5. Дан треугольник  $ABC$ , в котором  $\angle A = \angle C = 30^\circ$ . На его сторонах  $AB, BC$  и  $AC$  выбраны точки  $D, E$  и  $F$  соответственно так, что  $\angle BFD = \angle BFE = 60^\circ$ . Периметр треугольника  $ABC$  равен  $p$ , а периметр треугольника  $DEF$  равен  $p_1$ . Докажите, что  $p \leq 2p_1$ .
6. В неравностороннем треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $BL$ . Продолжение медианы, проведенной из вершины  $B$ , пересекает окружность  $\omega$ , описанную около треугольника  $ABC$ , в точке  $D$ . Через центр окружности, описанной около треугольника  $BDL$ , проведена прямая  $l$ , параллельная прямой  $AC$ . Докажите, что окружность  $\omega$  касается прямой  $l$ .