Добряк

1. Биссектриса угла между диагоналями вписанного четырехугольника $ABCD$ пересекает стороны AB и CD в точках X и Y соответственно. Известно, что середина стороны AD равноудалена от точек X и Y. Докажите,что середина стороны BC также равноудалена от точек X и Y.

2. Вписанная в треугольник ABCокружность ω касается сторон BC, CA, AB в точках A_1, B_1 и C_1 соответственно. На продолжении отрезка AA_1 за точку A взята точка D такая, что $AD = AC_1$. Прямые DB_1 и DC_1 пересекают второй раз окружность ω в точках B_2 и C_2. Докажите,что B_2C_2 - диаметр окружности ω.

3. Дан параллелограмм $ABCD$. Через ортоцентр треугольника ABC провели прямые параллельные сторонам параллелограмма и пересекли эти прямые со сторонами параллелограмма в точках K, L, M, N. Докажите, что точки K, L, M, N лежат на одной окружности.

4. На основании AC равнобедренного треугольника ABC взяли произвольную точку X, а на боковых сторонах - точки P и Q так, что $XPBQ$ - параллелограмм. Докажите, что точка Y, симметричная точке X относительно PQ, лежит на описанной окружности треугольника ABC.

5. В равнобедренном треугольнике ABC на основании BC взята точка D, а на боковой стороне AB - точки E и M так, что $AM = ME$ и отрезок DM параллелен стороне AC. Докажите, что $AD + DE > AB + BE$.

6. Перпендикуляр из центра описанной окружности равнобедренного треугольника $ABC(AB = BC)$ на его биссектрису AL пересекает прямую AB в точке K. Через K проводят прямую параллельную AL до пересечения с BC в точке M. Докажите, что $BK = ML$.