

## Геометрические неравенства

1. В треугольнике длины двух высот соответственно равны 12 и 20. Докажите, что длина третьей высоты меньше 30.
2. Точка пересечения медиан треугольника  $ABC$  обозначена через  $M$ . Выяснилось, что  $\angle BMC < 90^\circ$ . Докажите, что  $AB + AC > 3 \cdot BC$ .
3. Биссектрисы  $AA_1, BB_1, CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $I$ . Какой из отрезков:  $A_1I, B_1I, C_1I$  наибольший, если  $\angle A > \angle B > \angle C$ ?
4. В четырёхугольнике  $ABCD$  угол при вершине  $A$  тупой, точка  $F$  середина стороны  $BC$ . Докажите, что  $2 \cdot AF < BD + CD$ .
5. В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $S$ . Известно, что  $\angle ASD = 120^\circ$ . Докажите, что  $AB + CD \geq AD$ .
6. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  диагональ  $AC$  делится диагональю  $BD$  пополам, а угол при вершине  $B$  равен  $60^\circ$ . Докажите, что  $AD + DC \geq BD$ .